Тема: Графическое решение систем неравенств с двумя переменными

Чумилин Вадим Вадимович,

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение «Средняя общеобразовательная школа №2

п. Карымское» Забайкальского края

11 класс

Научный руководитель: Васильева Елена Валерьевна, учитель математике

первой квалификационной категории

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение «Средняя общеобразовательная школа №2

п. Карымское» Забайкальского края

п. Карымское 2016.

Тема: «Графическое решение систем неравенств с двумя переменными» Чумилин Вадим Россия, Забайкальский край, Карымский район, поселок Карымское, МАОУ СОШ №2, 11 класс

Оглавление:

1.Аннотация 3-4

2.План исследования 5-6

3.Научная работа 7- 30

4.Список литературы 31

5. Приложение №1 (рабочая тетрадь) 32-45

Тема: «Графическое решение систем неравенств с двумя переменными» Чумилин Вадим Россия, Забайкальский край, Карымский район, поселок Карымское, МАОУ СОШ №2, 11 класс

Аннотация

Тема нашей исследовательской работы - «Решение систем неравенств с двумя неизвестными».

Конечным результатом (целью) моей работы является установление связи между решениями систем неравенств с двумя переменными и построение графиков функций.

Мы выяснили, что является решением систем неравенств с двумя переменными и как представить это решение на плоскости.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи**:**

1. Изучить методы и свойства построения графиков различных функций.
2. Связать свойства неравенств с построением графиков функций.
3. Систематизировать изученную литературу.
4. Разработать систему задач по исследовательской теме.

При выполнении работы было необходимо изучать и обобщать информацию из различных источников, сравнивать различные виды решений систем неравенств, т. е. применять теоретические и практические методы исследования.

Исходя из всего перечисленного, была выдвинута гипотеза нашего исследования:

Если с помощью различных свойств, приемов и методов построить графики функций, то найти область решения систем неравенств с двумя переменными не составит труда.

В результате проведения работы получены следующие выводы:

1) решение систем неравенств с одной переменной существенно отличаются от решения систем неравенств с двумя переменными.

2) для нахождения решения систем неравенств с двумя переменными необходимо уметь строить графики различных функций.

3) тема нашего исследования является основополагающим материалом при изучении линейного программирования, для решения некоторых экономических задач.

4) некоторые реальные задачи приводятся к решению линейных неравенств и систем линейных неравенств с двумя переменными.

5) разработана система задач для изучения материала по нашей теме исследовательской работы.

Тема: «Графическое решение систем неравенств с двумя переменными»

Чумилин Вадим Россия, Забайкальский край, Карымский район, поселок Карымское, МАОУ СОШ №2, 11 класс

План исследования.

При выполнении исследовательской работы было установлено, что решение систем неравенств с двумя переменными существенно отличается от решения систем неравенств с одной неизвестной, т.к. областью решения таких систем неравенств является совокупность точек плоскости, координаты которых удовлетворяют каждому неравенству в системе, т.е. пересечение областей решения каждого.

В школьном курсе алгебры такие системы неравенств, а так же построение графиков некоторых функций не рассматриваются, кроме этого, литературы по данному вопросу недостаточно, что составило основную проблему в исследовании.

Системы неравенств в курсе алгебры- достаточно распространенная тема. Изучаются: линейные, квадратичные, показательные, тригонометрические, логарифмические, дробно-рациональные неравенства, каждое из них решается своими методами с помощью различных примеров. Но при подготовке к выпускным экзаменам и олимпиаде выяснилось, что решение некоторых задач сводится к нахождению области решения систем неравенств с двумя переменными, это и явилось основной причиной того, что я выбрал именно эту тему для исследования.

Таким образом, объектная область, в которой я работал, является алгебра, а системы неравенств- это объект моего исследования, среди всех систем неравенств я выбрал системы неравенств с двумя неизвестными, которые решаются с помощью построения графиков функций и выбора нужной части области плоскости, пересечение таких областей и есть предмет моего исследования.

Выдвину гипотезу:

Если с помощью различных свойств, приемов и методов построить графики функций, то найти область решения систем неравенств с двумя переменными не составляет труда.

Для достижения цели были решены следующие задачи:  
1) Изучить методы и свойства построения графиков различных функций;

2) Связать свойства неравенств с построением графиков функций;

3) Систематизировать изученный материал;

4) Разработать систему задач для изучения темы исследования;

Для изучения темы были исследованы различные источники, но основным материалом для теоретической работы были взяты из учебника «Алгебра 10. Часть 2 для классов с углубленным изучением математики под редакцией Н. Я. Виленкина», где в 4 главе рассматриваются математические модели в экономике. Материал учебника А.Г. Мордковича, для общеобразовательных учреждений профильного уровня, помог нам в построении графиков различных функций и изучении свойств неравенств. Практическая часть была взята из учебников, перечисленных на странице .

Тема: «Графическое решение систем неравенств с двумя переменными»

Чумилин Вадим Россия, Забайкальский край, Карымский район, поселок Карымское, МАОУ СОШ №2,

11 класс

Научная статья

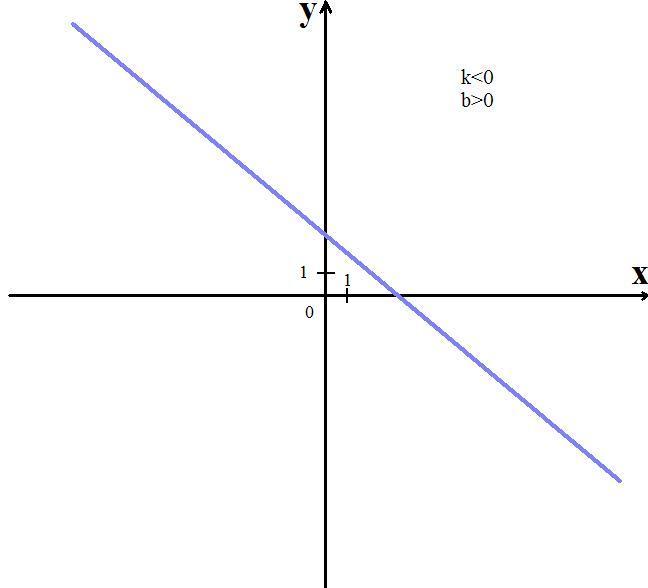
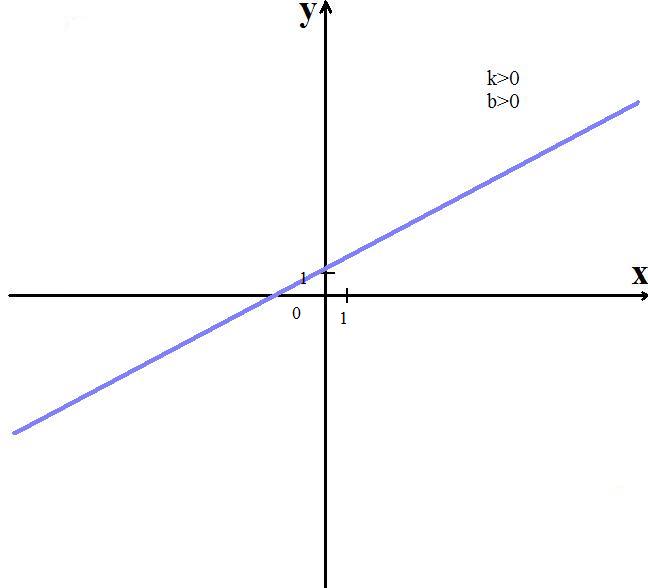
Решением системы с двумя переменными является пара чисел (х;у), удовлетворяющая каждому неравенству этой системы.

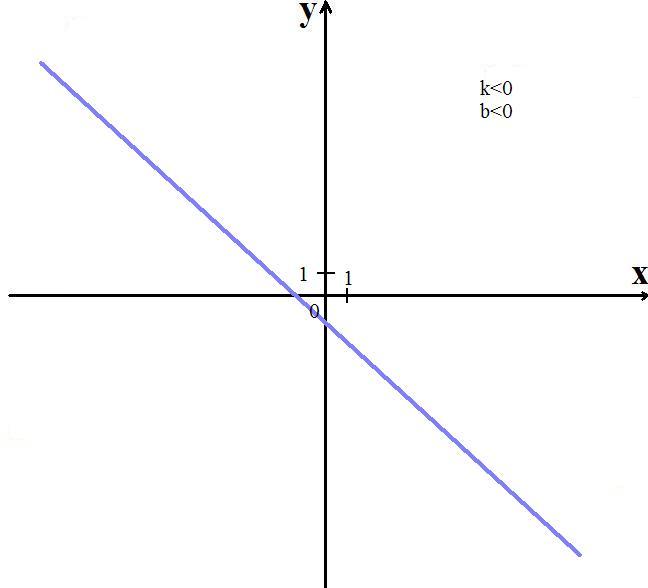
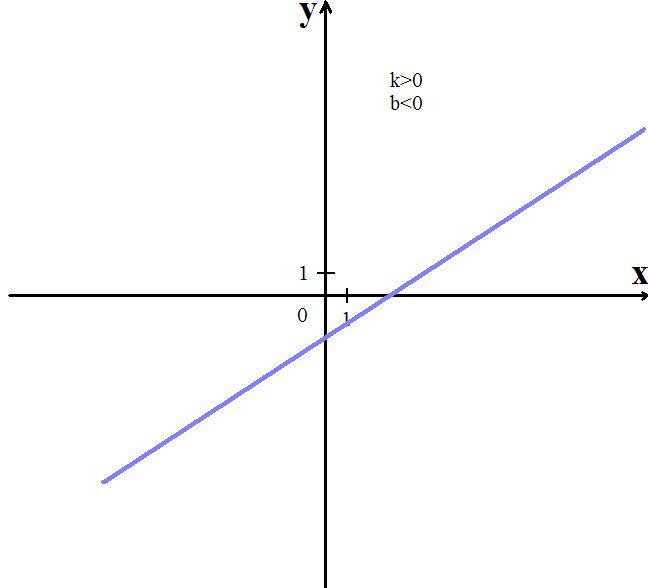
Каждое неравенство с двумя переменными определяет некоторую часть или части плоскости, следовательно, решением системы неравенств с двумя переменными будет пересечение полученных частей.

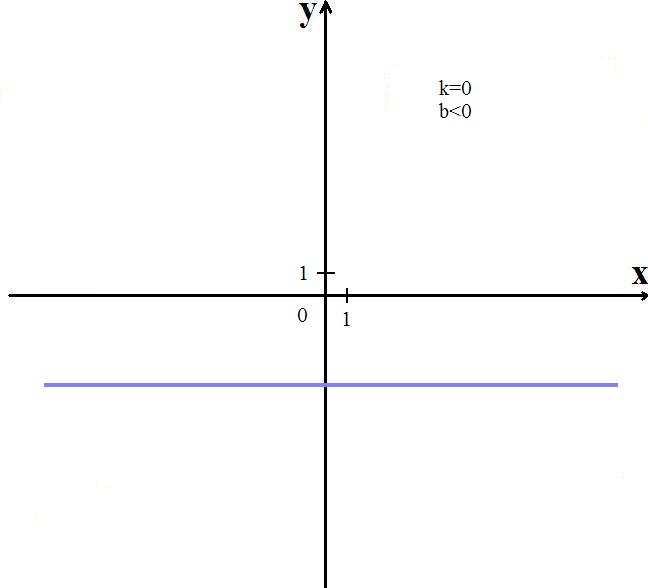
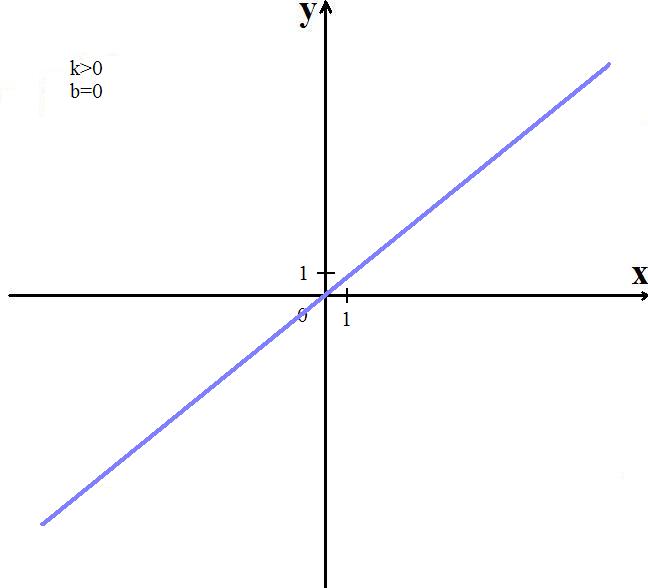
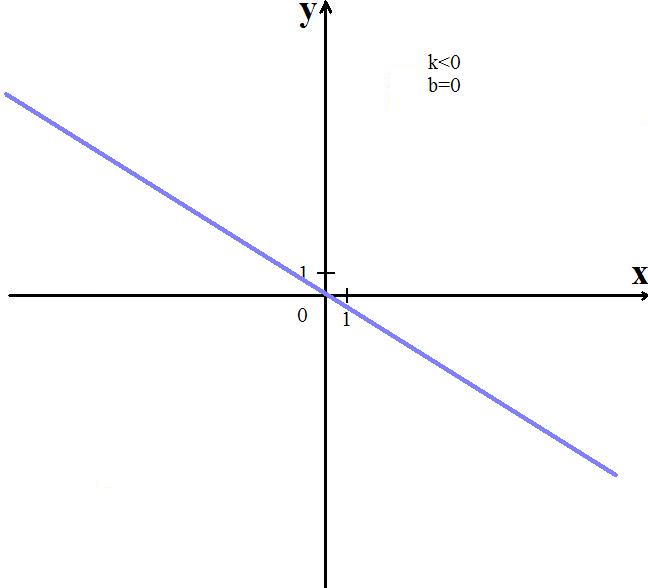
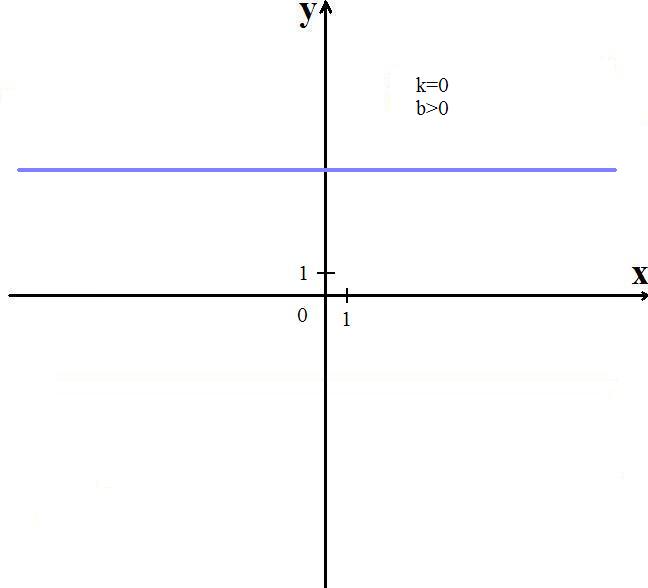
§1 **Построение графиков функций.**

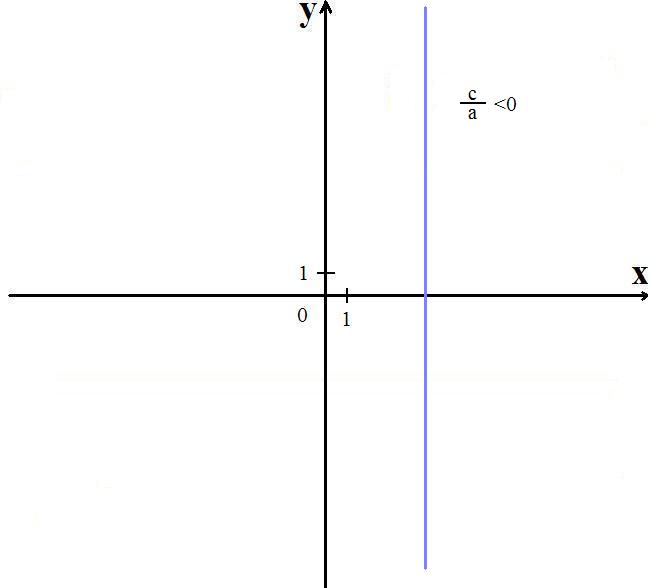
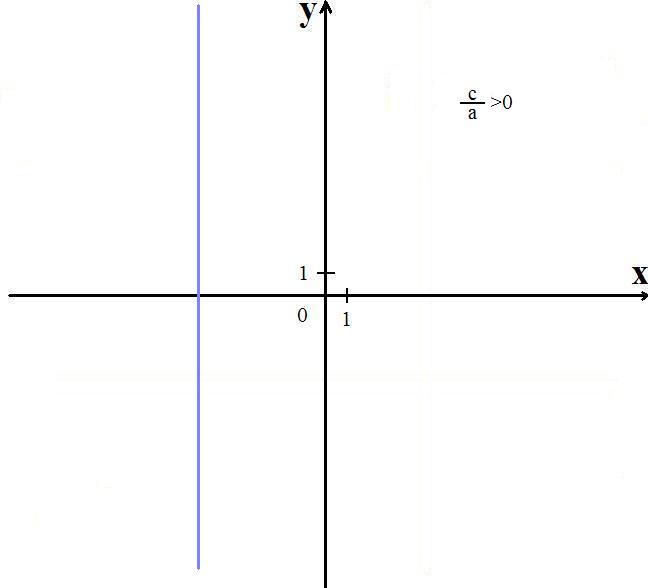
Так как для графического решения систем неравенств с двумя переменными необходимо построение графиков различных функций. Целесообразно рассмотреть некоторые важные моменты при построении графиков.

1. Линейная функция y=kx+b или ax+bx+c=0

2.При построении других функций будем пользоваться общими методами построения графиков функций.

Пусть функция задана следующим образом:

y= Af(Bx-C)+D. В этом случае необходимо знать работу каждого коэффициента. А-растяжение или сжатие по оси *оу* (А>1- растяжение; 0<A<1-сжатие), А<0- переворот.

В- растяжение или сжатие по оси *ох* ( В>1- сжатие; 0<B<1-растяжение).

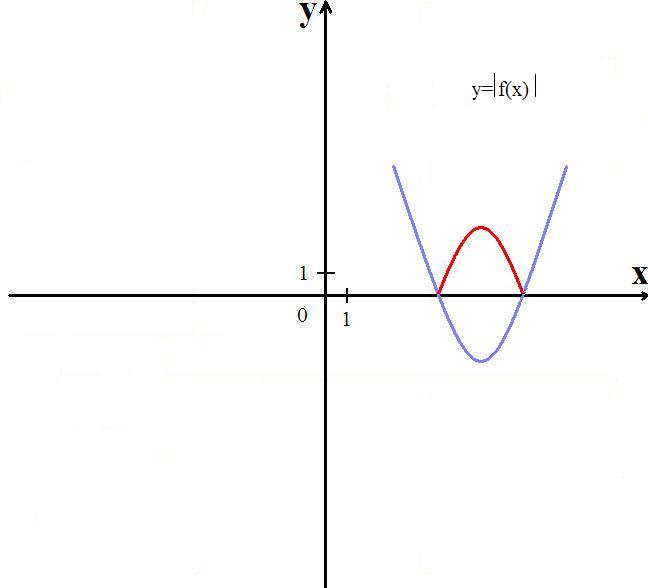
С-сдвиг по оси *ох* (вправо или влево).

D-сдвиг по оси *оу* (вверх или вниз).

1. Если функция задана таким образом, что содержит модуль, то при построении графиков нужно знать следующее правило.

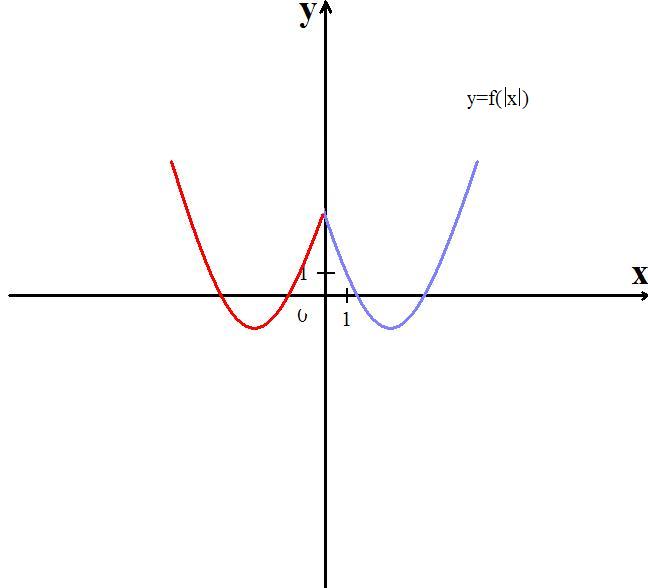
у = |f(x) | - чтобы построить график такой функции, необходимо построить график функции y=f(x) и участки графика, расположенные ниже оси  *ох* зеркально отобразить относительно оси  *ох* в верхнюю часть плоскости  *оху.*

Пример:



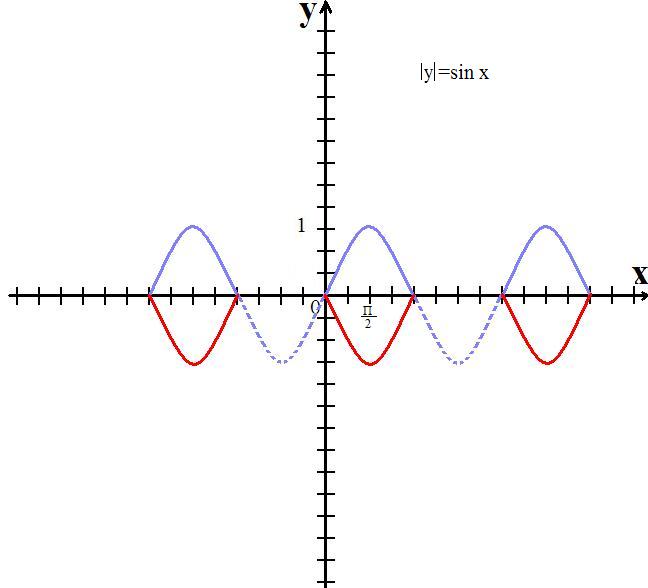
y=f(|x|)- чтобы построить график такой функции, нужно построить график функции y=f (x) только при х>0 , и отобразить зеркально относительно оси *оу.*

Пример:



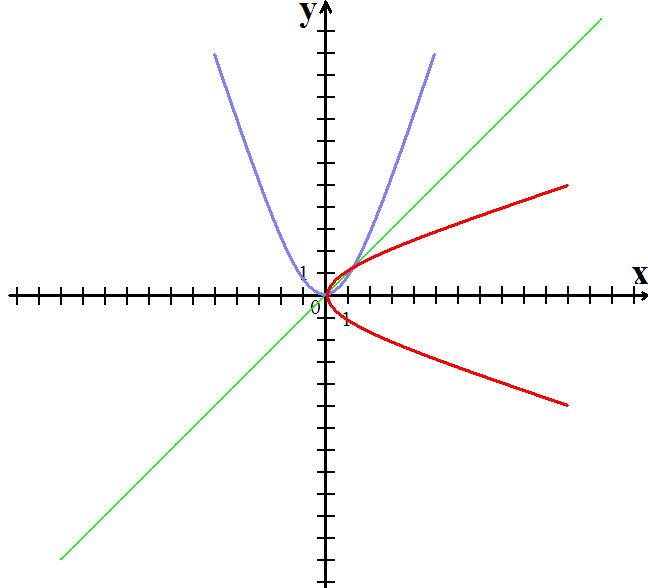
|у|= f(x) - чтобы построить график такой функции, нужно построить график функции у=f(x) при у>0 и отобразить построенный график зеркально относительно оси  *ох.*

Пример: |у|= sin x



При построении графиков обратных функций нужно построить график исходной функции и преобразовать его симметрично относительно прямой у=х (биссектриса I и III четверти)

Пример: у=х2 и х=



1. Уравнение окружности:

( х−а )2+(у−b)2= R2;

(а, b)- центр окружности

R- радиус окружности.

х2+у2=R2- центр в начале координат.

**§2 Неравенства. Свойства неравенств.**

1о. Числовое неравенство-это неравенство, верное при всех допустимых или при специально подобранных значениях входящих в него букв. Например, а2+b2≥2ab, где а и b- любые действительные числа; ≥0, где а≥0.

Наиболее часто встречающийся способ доказательства неравенств основан на определениях понятий «больше» и «меньше» и заключается в выяснении знака

разности между левым и правой частями неравенства. Эти определения состоят в следующем:

если a−b>0, то a>b;

если a-b<0, то a<b;

если a-b=0, то a=b.

приведённые определения можно использовать и в обратном порядке: если a>b, то a-b>0 и т.д.

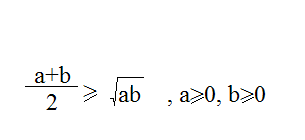
2о. Основные свойства числовых неравенств:

1. Если a>b, то b< a
2. Если a>b и b>c, то а>c.
3. Если a>b и c є R, то а+с > b+c.

На основании этого свойства члены неравенства можно переносить из одной части в другую с противоположными знаками, сохраняя знак неравенства.

1. Если a>b и c > 0, то ас > bc.
2. Если a>b и с < 0, то ac < bc.
3. Неравенства одинакового смысла можно почленно складывать, т.е. если a > b и с>d, то а+с > b+d.
4. Неравенства одинакового смысла с положительными членами можно почленно умножать, т.е. если a>b>0 и c>d>0, то ac>bd.
5. Если a>b>0, то an>bn, n є N.
6. Если a>0, b>0 и an>bn, n є N, то a>b.
7. Если a>b, то <

3o. Иногда при доказательстве неравенств используются некоторые известные неравенства. Таким, например, являются следующие:



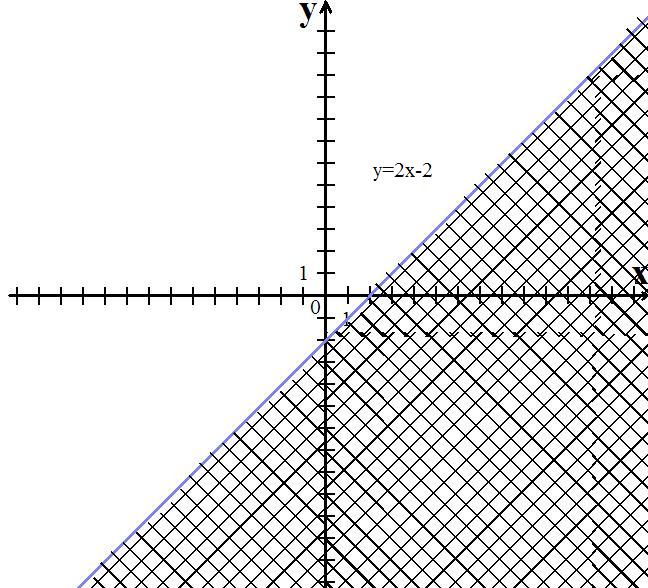
**§3 Графическое решение неравенства с двумя переменными.**

Решением неравенства с двумя переменными называют упорядоченную пару чисел ( х; у), после подстановки которых в неравенство получается истинное высказывание.

Пример1: -5х+5у+10≤0- линейное неравенство с двумя переменными.

Выразим у:

у≤ -2+2х. Построим прямую у=2х-2 и укажем область решений неравенства у≤ -2+2х



Прямая разбила плоскость на две полуплоскости, состоящих из множества точек в каждой полуплоскости, выражение -5х+5у+10, постоянный знак. Проверим знаки в каждой полуплоскости:

(0;0) -5∙0+ 5∙0+10=10

10>0

(2; -1) -5∙2+5∙(-1)+10= -5

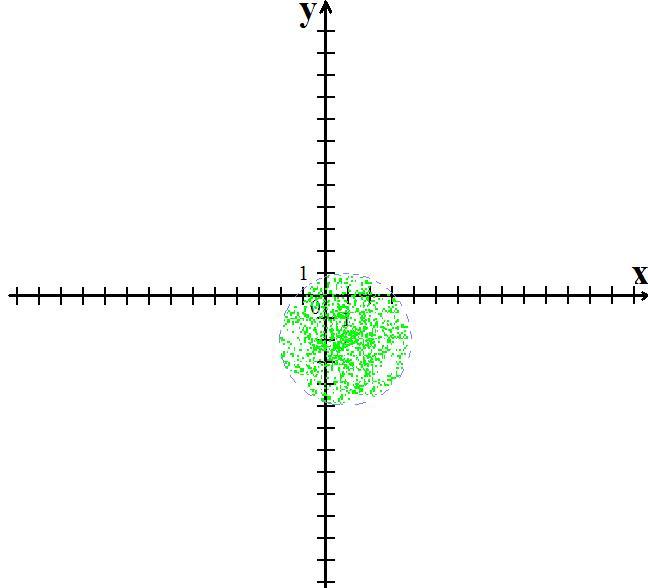
-5<0, следовательно решением неравенства является множество точек, лежащих ниже прямой у=х-2

Пример2:

(х-1)2+(у+2)2 < 9.

Рассмотрим зависимость двух переменных

( х-1)2+(у+2)2 < 9- это уравнение окружности с центром в точке (1; -2) и r=3



Решением неравенства является множество точек, лежащих внутри окружности.

То есть графическое решение неравенств с двумя переменными является часть плоскости, состоящая из множества точек, которые при подставлении в неравенство дают истинное высказывание.

**§4 Графическое решение систем**

**неравенств с двумя переменными.**

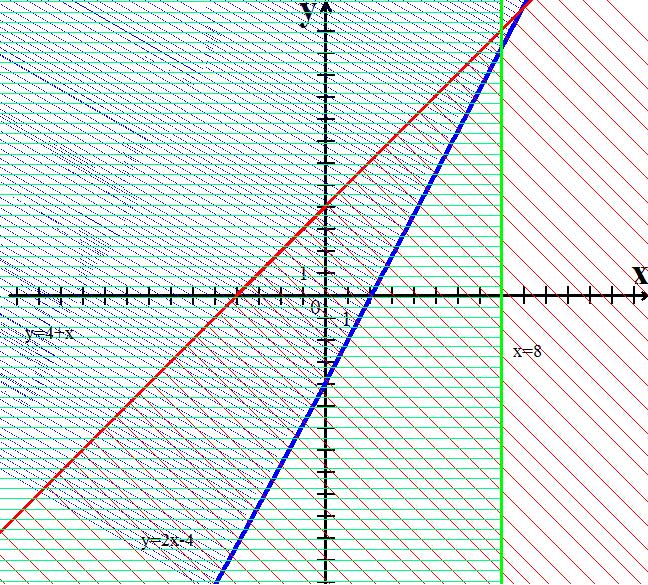
Графическим решением систем неравенств с двумя переменными является множество точек, получившихся пересечением частей.

Пример 1:

≤ –х , учитывая область допустимых значений, получим систему неравенств:

Перейдём к системе уравнений с двумя переменными:

Построим графики функций в одной системе координат:



Пример 2: |у-2|+|х|≤ 2

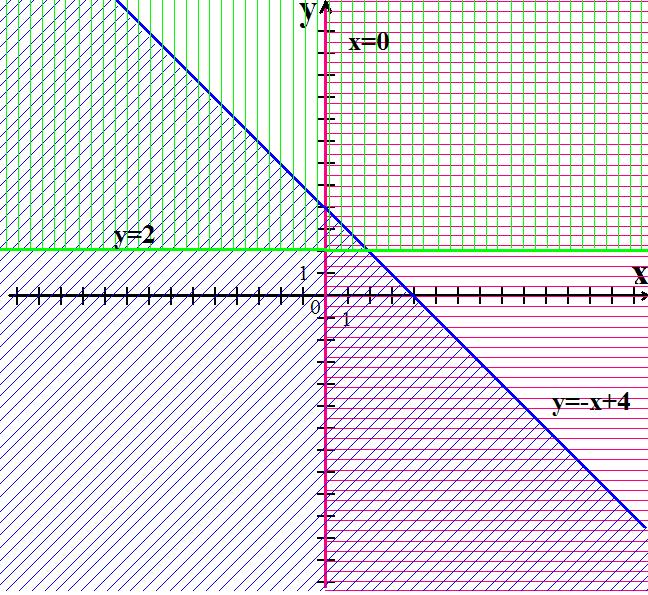
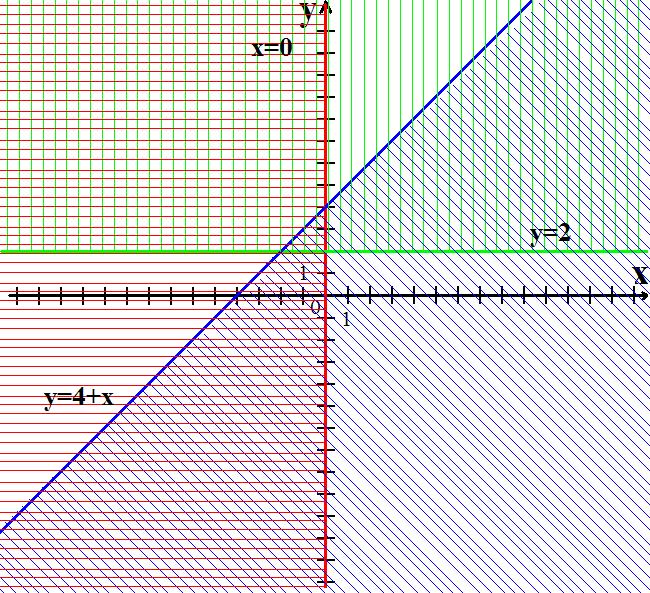
Используя определение модуля составим системы неравенств:

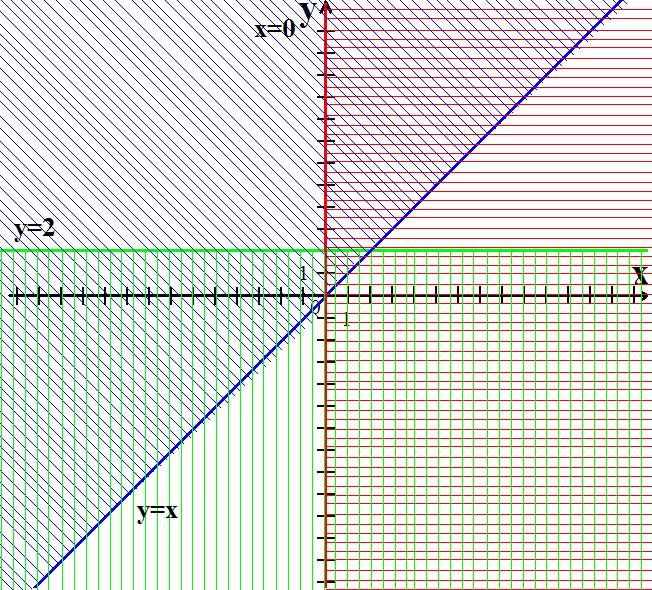
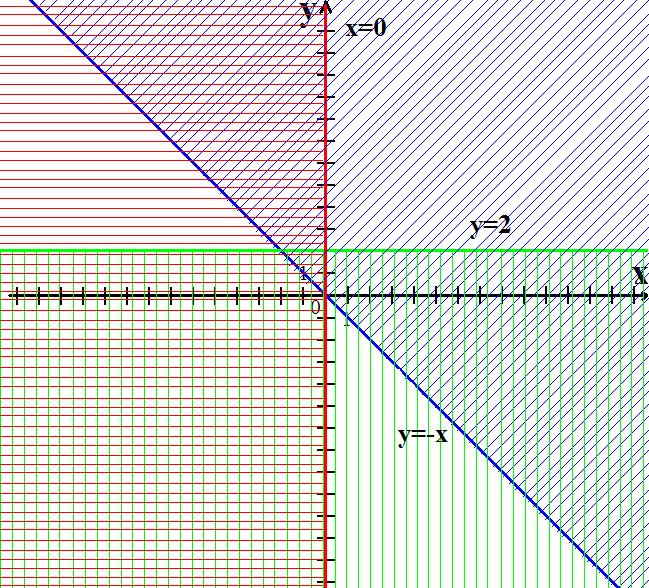
I. II. III. IV.

Перейдём к системам уравнений:

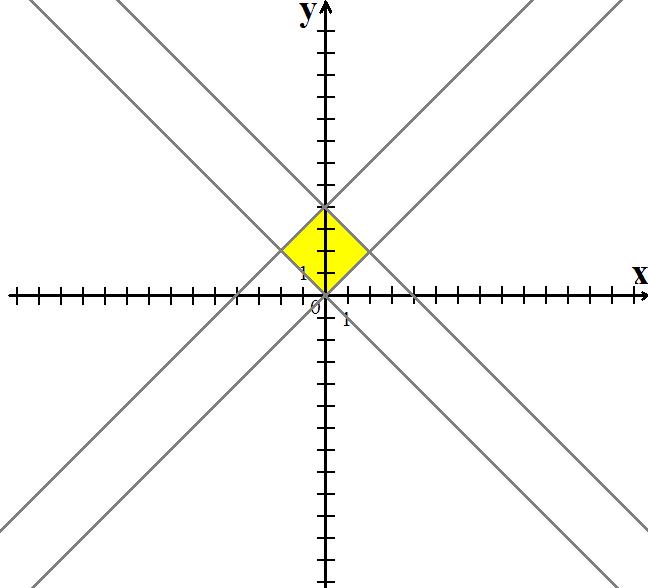
I. II. III. IV.

Построим графики функций:

Покажем область решения полученных систем неравенств:



Пример 3:

Найдите область решения системы неравенств с двумя переменными.

|х+у|+|х-у|≥4

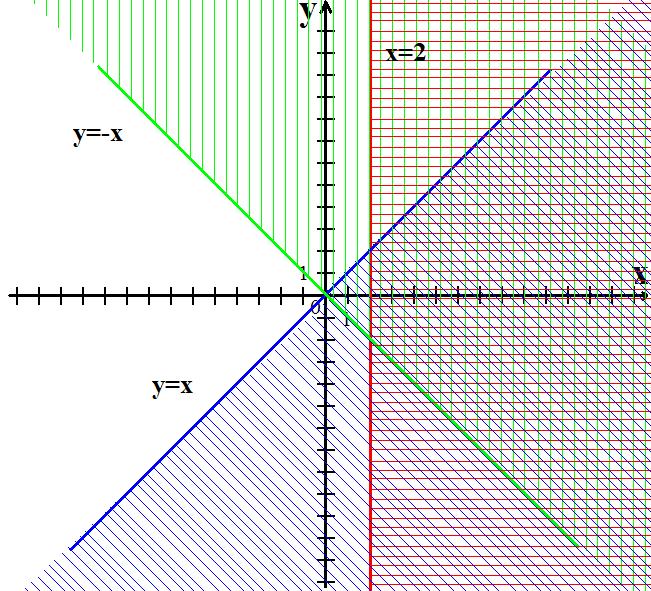
х2+у2≤ 9

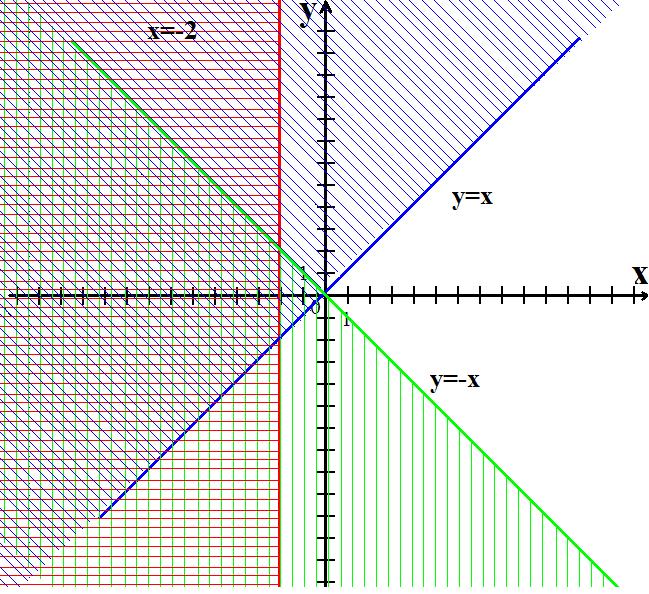
Решение:

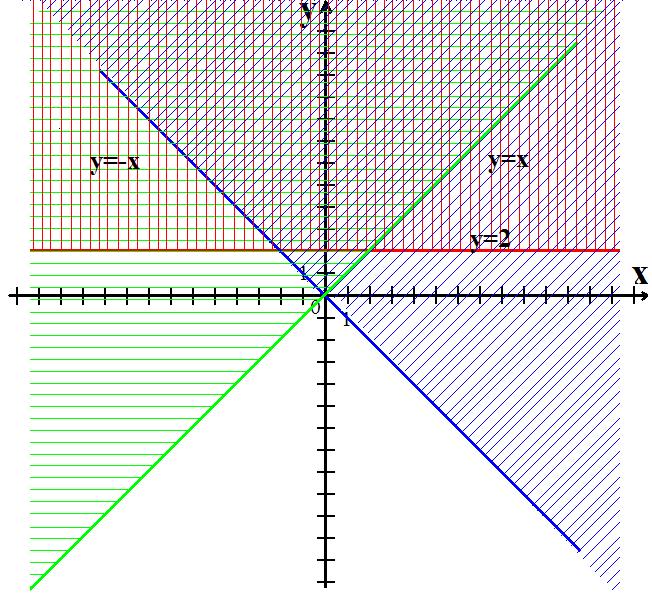
1.Построим область решения первого неравенства нашей системы |х+у|+|х-у|≥4

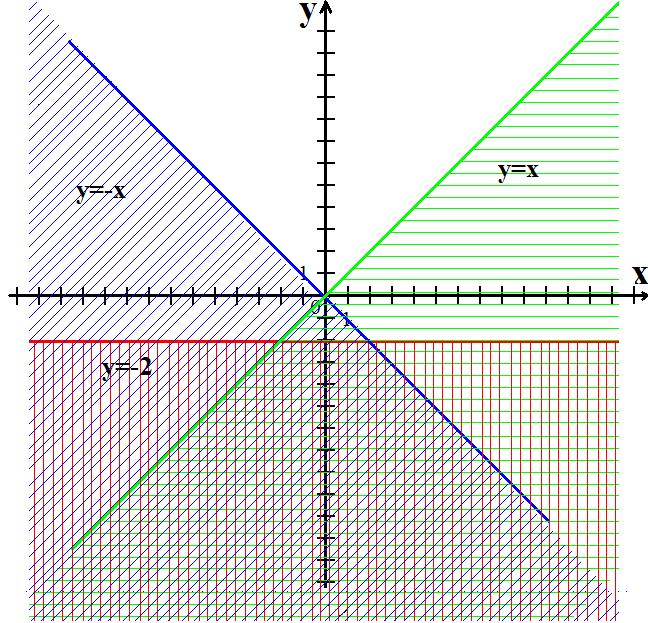
Используя свойство модуля, рассмотрим 4 случая:

а) б) в) г)

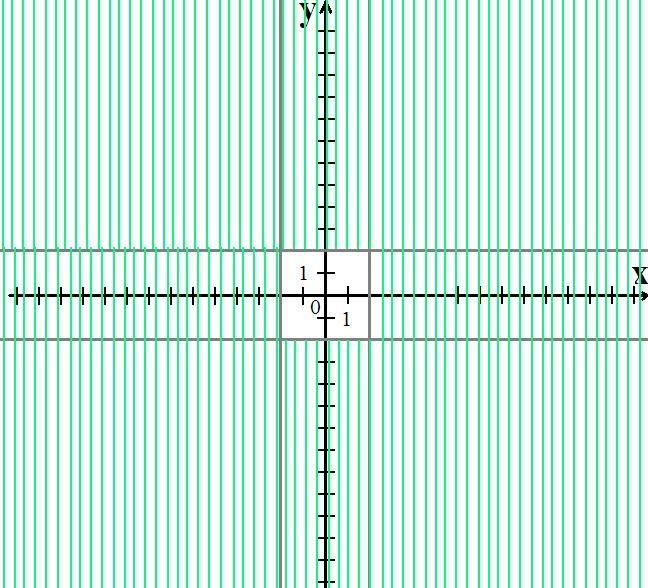




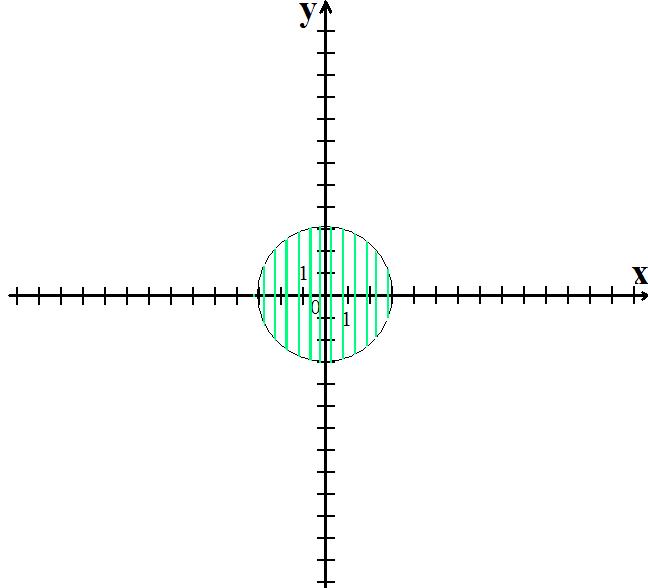




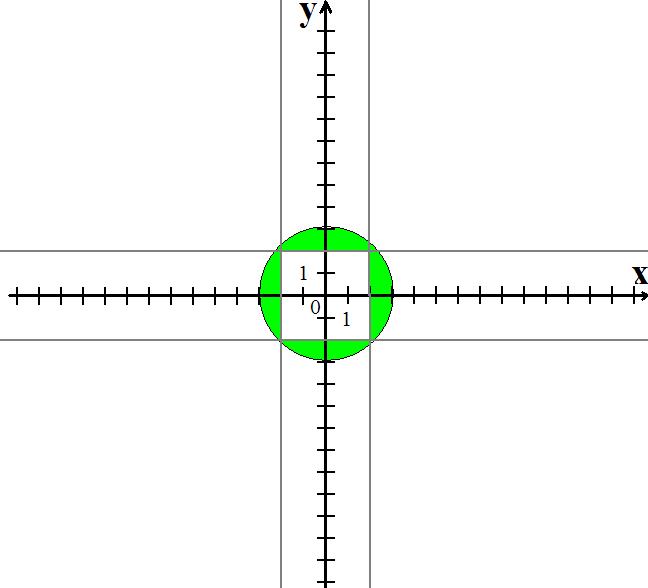
Область решения первого неравенства принимает вид:



2.Решением второго неравенства является внутренняя область окружности, включая и точки окружности, с центром в точке (0;0) и r=3

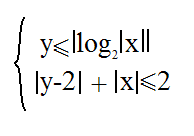


3.То есть решением системы двух неравенств является пересечение областей решения первого и второго неравенства.



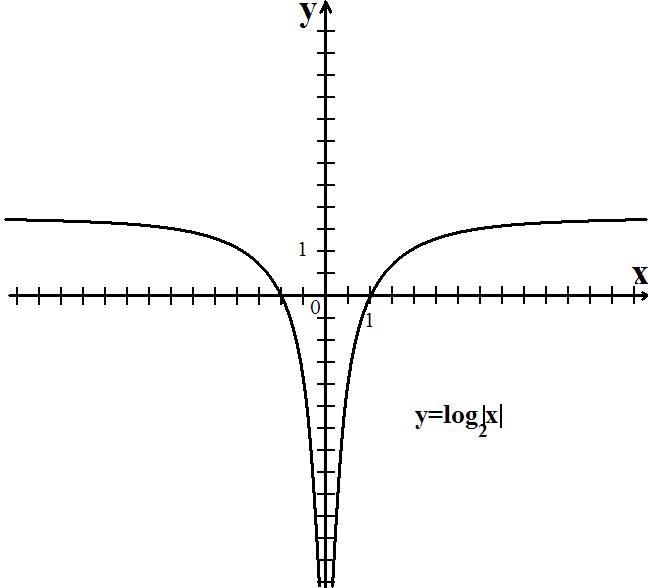
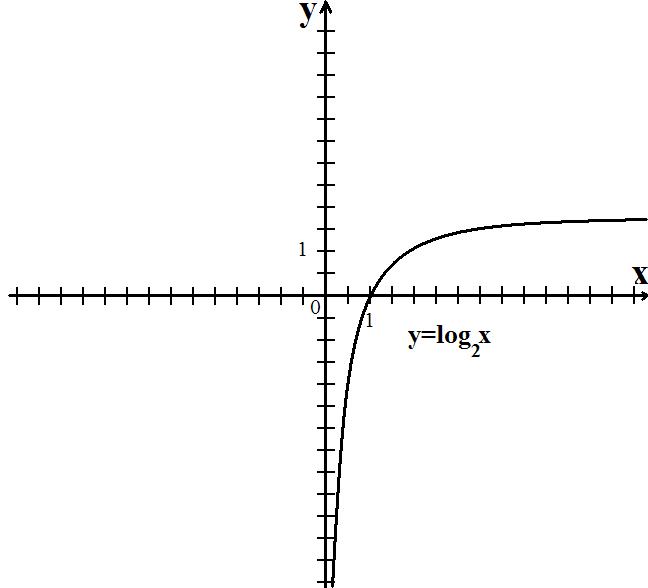
Пример 4:

Построить область решения системы неравенств с двумя переменными.

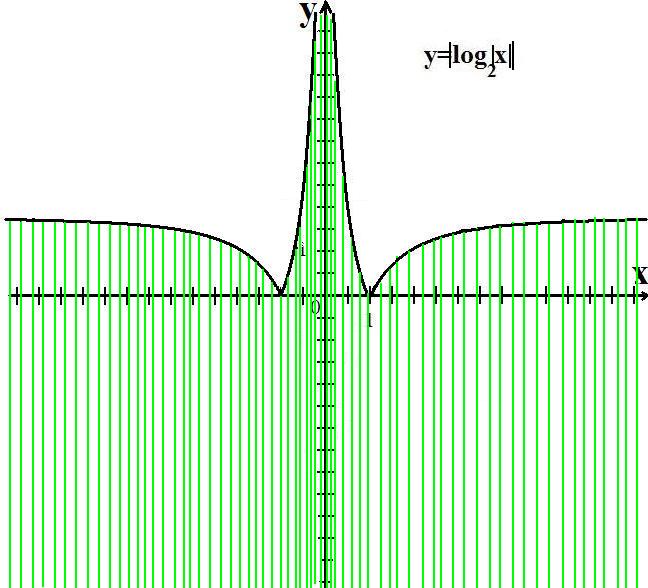
Решение:

1.Рассмотрим первое неравенство нашей системы:

Переходим к функции , построим график этой функции используя методы построения, указанных в §1 учитывая, что х≠0.



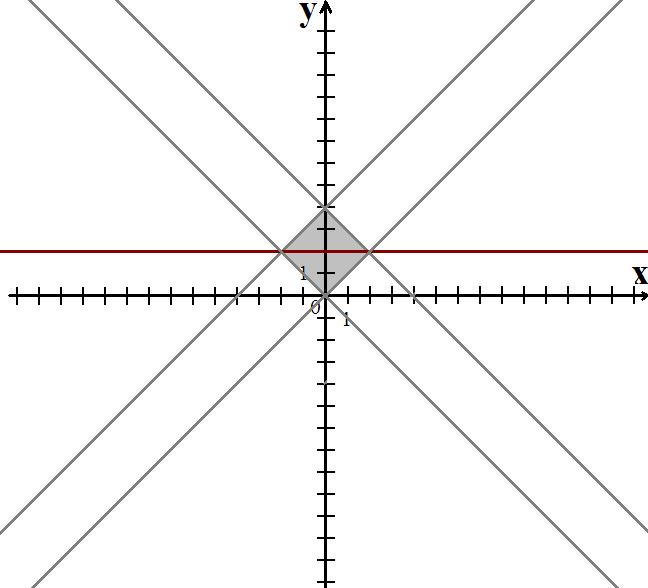
Решением неравенства  является множество точек, расположенных ниже графика функции 



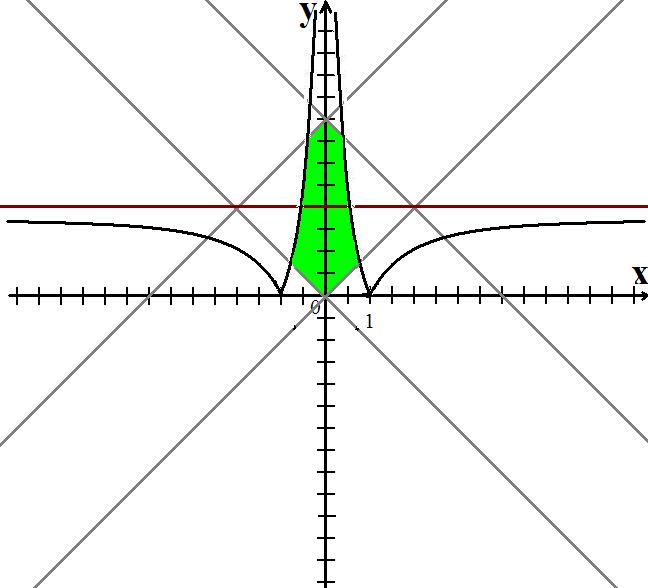
При построении области второго неравенства и учитывая свойство модуля, рассмотрим 4 случая систем:

а) б) в) г)

покажем общее решение систем неравенств:



3.Решением системы двух неравенств является область пересечения найденных:



Пример 5:

Решить систему неравенств:

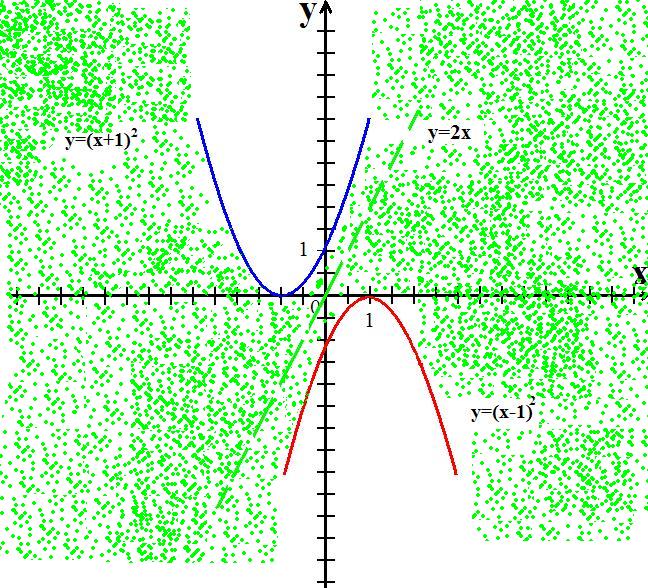
Решение:

1.Построим область решения первого неравенства; используя свойства неравенств из §2 и учитывая, что х2+1>0 и |у-2х|>0.

, применяя свойства модуля решение системы неравенств разобьём на 2 системы:

а) б)

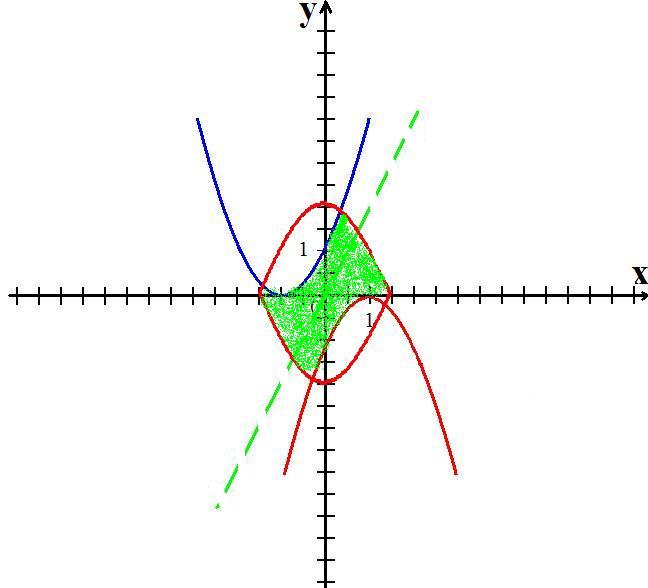
Покажем решение этих систем:



2.При построении решения второго неравенства перейдём к функции |у|=2 и применяя методы построения графиков функции, содержит модули из §1 и получим следовательно решением:



3.Решение системы неравенств с двумя переменными является пересечение найденных решений:



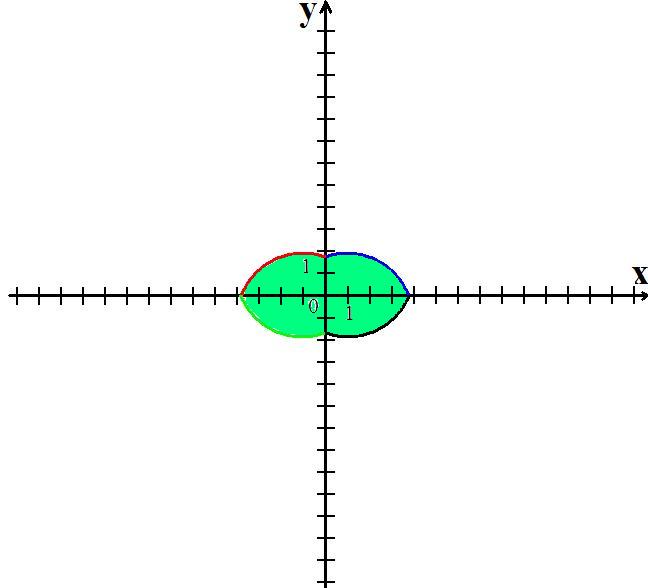
Пример 6:

Решение:

1.Рассмотрим решение первого неравенства системы: х2 + у2 - 2∙( |х| - |у| ) -7≥0 используя методы построения графиков функций, содержащих модули (см.§1), построим график функции: х2+у2-2|х|+2|у|-7=0, и учитывая, что х≥0 и у≥0, имеем

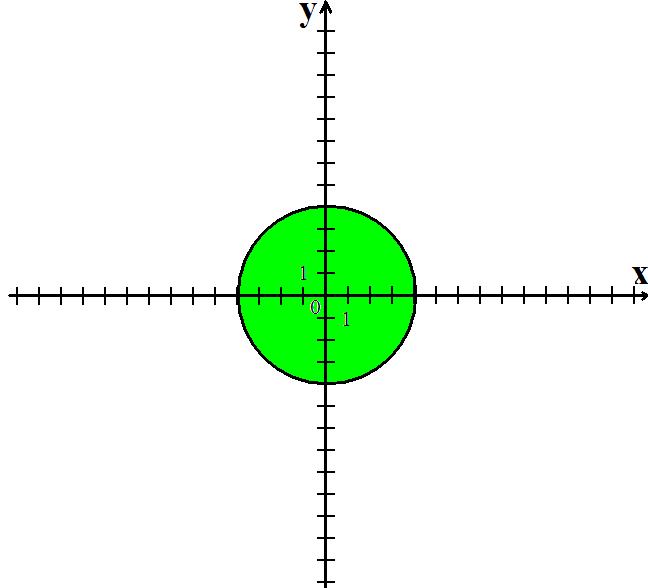
х2+у2-2х+2у-7=0, то есть получим (х-1)2+(у+1)2=32.

То есть это уравнение окружности с центром (1; -1) и r=3, построенной в I четверти координатной плоскости и отображённый зеркально относительно оси  *оу* и *ох.*

**

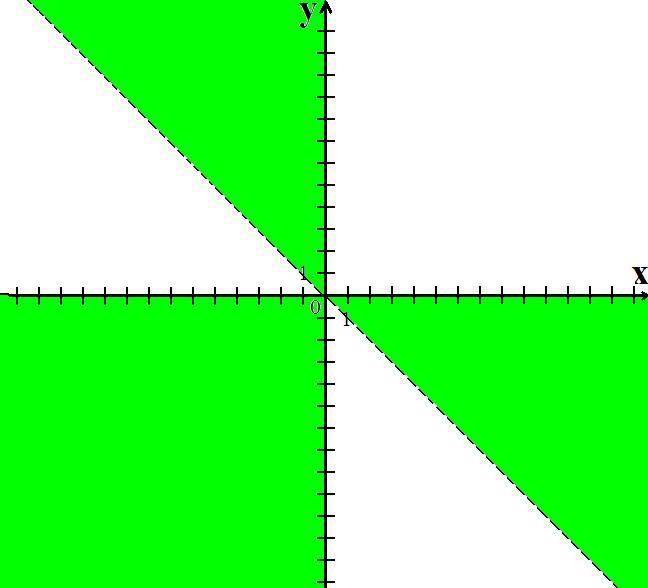
Решением неравенства является внутренняя область полученных дуг, включая и точки на дугах.

2.Решением второго неравенства является множество точек, расположенных внутри окружности х2+у2=16, включая и точки окружности:

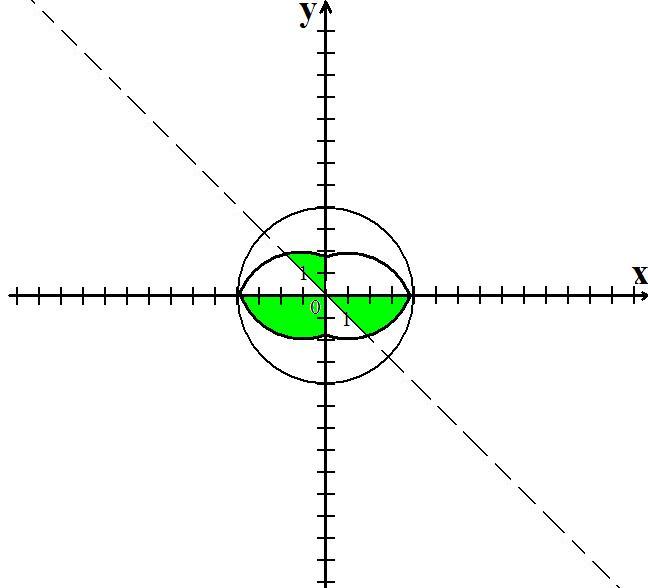


3.При построении области решения третьего неравенства используем свойство числовых неравенств:

а) б) в) г)



Покажем область решения полученных систем неравенств:



Тема: «Графическое решение систем неравенств с двумя переменными»

Чумилин Вадим Россия, Забайкальский край, Карымский район, поселок Карымское, МАОУ СОШ №2, 11 класс

Список литературы (библиография)

1. Алгебра и начало анализа (профильный уровень) 10 класс А. Г. Мордкович (Москва. Мнемозина- 2007)
2. Алгебра-10 для классов с углубленным изучением гуманитарных дисциплин часть 2 Н.Я. Виленкин (Абакан-1993г.)
3. Построение графиков функций элементарными методами А.Х. Шахмейстер (Черо-на-Неве, 2003 год)
4. Уравнения и неравенства А.Х. Шахмейстер (Черо-на-Неве, 20043 год)
5. Сборник задач по математике Н.П. Антонов
6. Сборник задач по математике М.И. Сканави (Оникс-Альянс-В, Москва 2000)
7. Высшая математика в упражнениях и задачах, часть 1, П.Е. Данко (Москва, Высшая школа-1999г)
8. Пособие по математике для подготовки к вступительным экзаменам в государственную академию управления (Москва 1998г.)
9. «Варианты вступительных экзаменов по математике» А.Б. Пичкур (Москва, 2002г.)

**РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ.**

**§1 Построение графиков функций.**

* 1. квадратная функция:

у=ах2+вх+с

алгоритм: 1) направление ветвей параболы

2) А( ; )- вершина параболы

=; у=а +b +с

3) В( -2; а( -2)2+b( -2)+с).

C( +2; a( +2) +b( +c).

№1 а) у=2х2=4х+5

б) у=х2-2х+3

Решение: 1) а=2, 2>0, ветви параболы направлены вверх

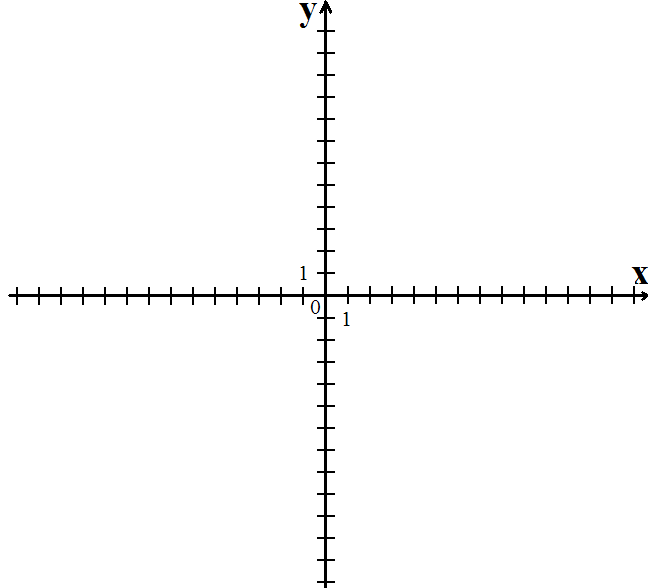
2) А( ; )-вершина параболы.

=; ==; А(-1; 2-4=5) А(-1;3)

3) В (-1-2;2∙(-3)2+ 4∙(-3)+5)

С (-1+2; 2∙12+4∙1+5)

В(-3;11) С(1;11)



б) Решение:

1) а=1, 1>0 следовательно\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

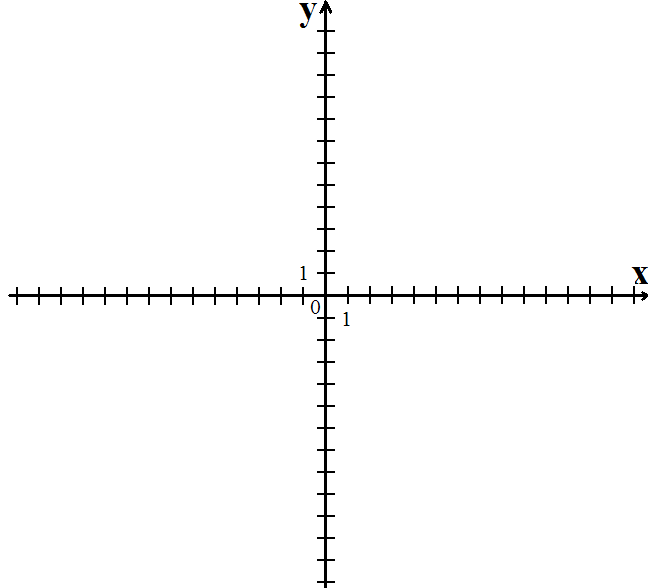
2) А(; )- \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

=; =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, у = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

А( ; ).

3) В(-1; )

С( ; )



* 1. у=Аf(Вх-С)+D

№2

A,B,C или D

1. у=+2

б) +1

г) у= +3

д) у=(х-3)2

Решение:

а) исходный график функции у = .

Коэффициент А =4- растяжение графика по оси OY в 4 раза.

D=2- сдвиг графика по оси OY вверх на 2 единичных отрезка.

б) исходный график функции у=\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_; D=\_\_\_\_\_\_\_\_-сдвиг графика

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

в) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

г)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

д) Исходный график функции у=х2.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_;

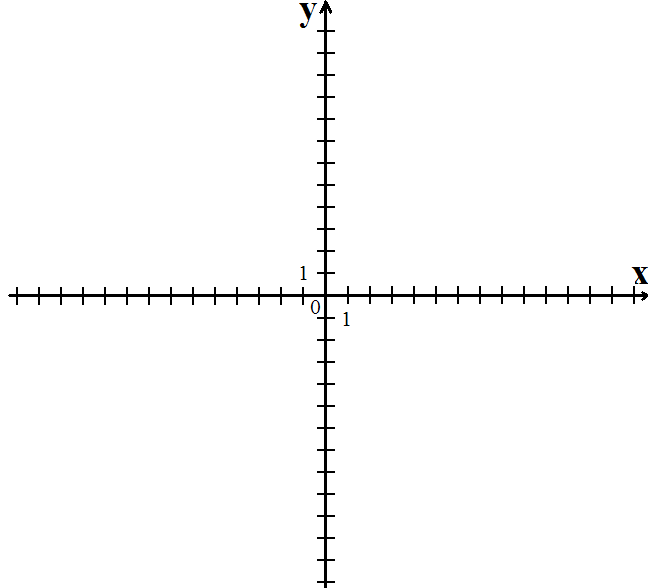
* 1. Построить график функции:

а) у=|f(х)|;

б) f|х|;

в) |у|= f(х).

Решение:



**§2 Неравенства с двумя переменными.**

Решением неравенства с двумя переменными \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

№5 Показать область решения неравенств:

а) у+2х-3≥0

б) 2х-3у+6>0

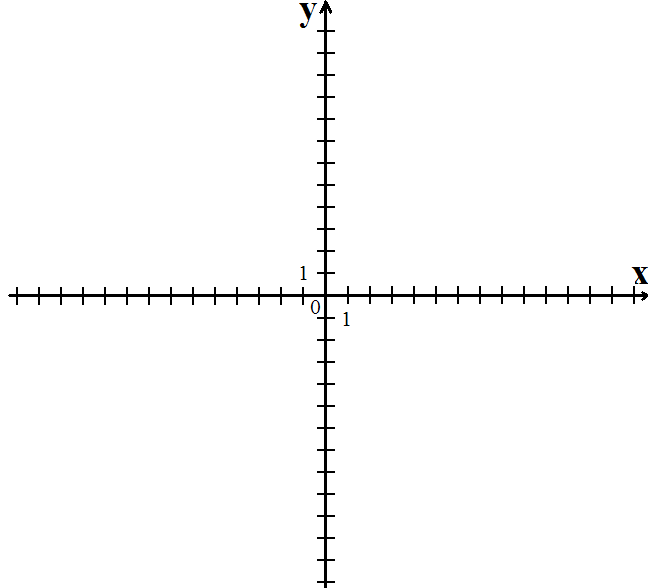
в) 2х-4≥0

г) 3у+1<0

Решение:

а) Рассмотрим прямую у=-2х+3, для того, чтобы построить эту прямую, достаточно взять две точки.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Х | 0 | 2 |
| у | 3 | -1 |



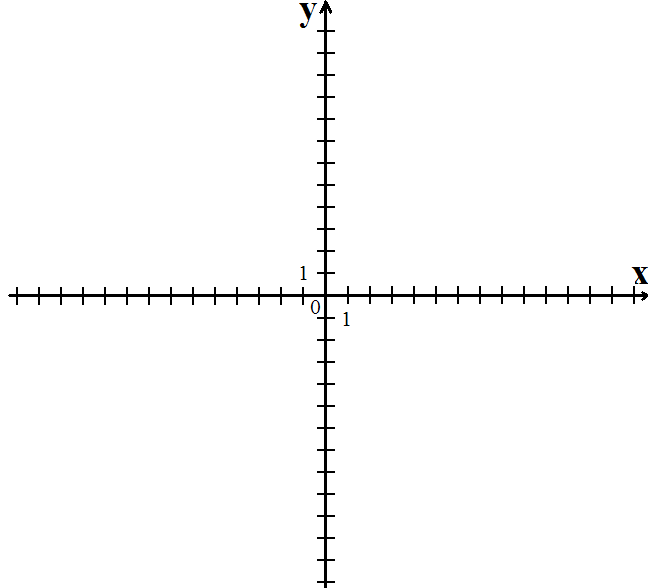
Для определения знака неравенства в нижней полуплоскости возьмём пробную точку (0;0) и подставим её в координаты в выражение у+2х-3.

Имеем 0+0∙0-3=-3 <0 следовательно, во всех точках нижней полуплоскости справедливо неравенство у=2х-3<0 то есть у=2х-3>0 во всех точках верхней полуплоскости.

Решением у+2х-3≥0 будут точки верхней полуплоскости, включая точки прямой у+2х-3=0.

б) рассмотрим прямую\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| х |  |  |
| у |  |  |



Проверим знаки неравенств в верхней и нижней полуплоскостях.

В верхней полуплоскости: ( ; ) имеем:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

В нижней полуплоскости : ( ; ) имеем:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ то есть

решением неравенства является \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

в)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

г) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

№6. В каких точках плоскости выполняется неравенство:

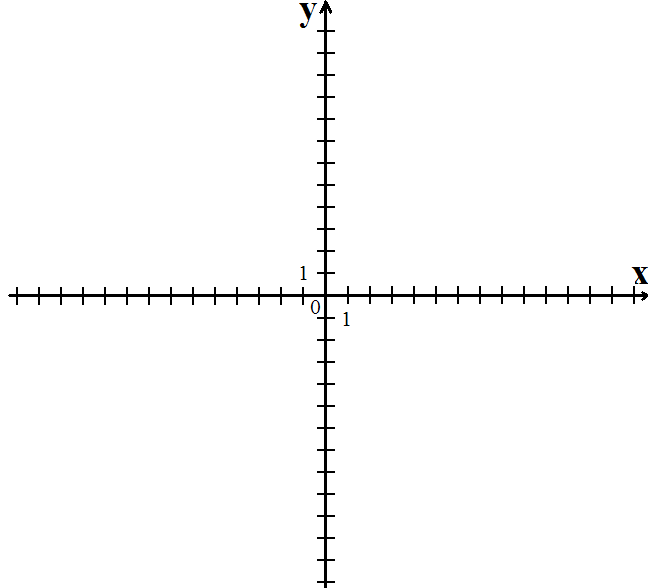
а) (х-1)2+(у+2)2≥4;

б) х2+ (у-3)<16;

в) х2+у2≤ 9.

Решение:

а) Рассмотрим уравнение окружности: (х-1)2+(у+2)2=4. (1;-2)- центр окружности, r=2. Построим заданную окружность:



Для определения знака неравенства выясним знаки неравенств во внутренней и внешней области окружности.

Во внутренней области (1;-1), 0+1-4-3<0 то есть во всех точках внутренней области справедливо неравенство: (х-1)2+(у+2)2-4<0

Во внешней области: (1;3) 0+25-4=2 >0, то есть во всех точках внешней области справедливо неравенство (х-1)2+(у+2)2-4>0.

Решением неравенства (х-1)2+(у+2)2≥4, является множество точек, лежащих во внешней области окружности, включая точки окружности.

б) Рассмотрим уравнение окружности в х2+(у-3)2=16 ( ; )-центр окружности, r=\_\_\_.

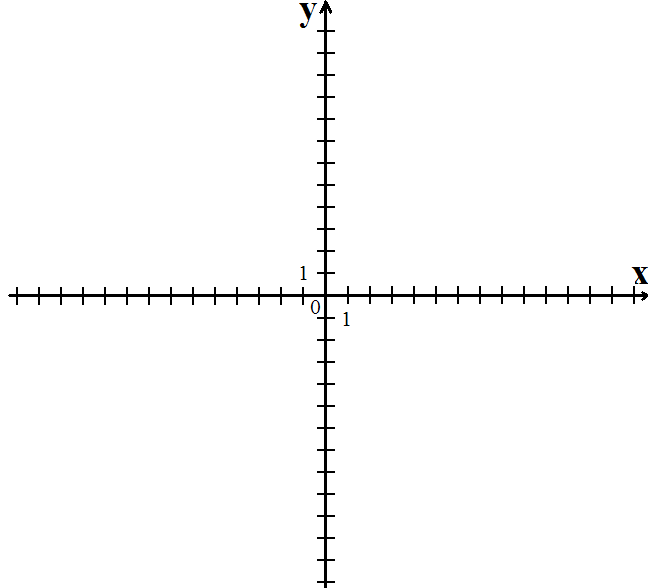
№7. Найти на координатной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенству:

а) |у|≤ 2;

б) |у|> 3

Решение:

а) Рассмотрим функцию |у|=2. Построим график функции у=2; при у≥ 0 и зеркально отобразим относительно оси *ох.*



Для определения \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Во внутренней области: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Во внешней области: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**§3. Системы неравенств с двумя переменными.**

№8 Решением систем неравенств с двумя переменными является \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

№9. Найти множество точек плоскости, удовлетворяющих неравенству:

а) ≥

б) ≥

Решение:

а) Перейдём к новым неравенствам, используя свойства неравенств: если а>0 и b>0, то > можно заменить на а<b.

Так как х2+1>0 при любых х, то у-2х≤ х2+1 при у-2х>0 и у-2х≥ х2+1 при у-2х<0.

То есть получим две системы неравенств:

и

II. Рассмотрим уравнения у=2х и у=(х+1)2

Построим графики функций.

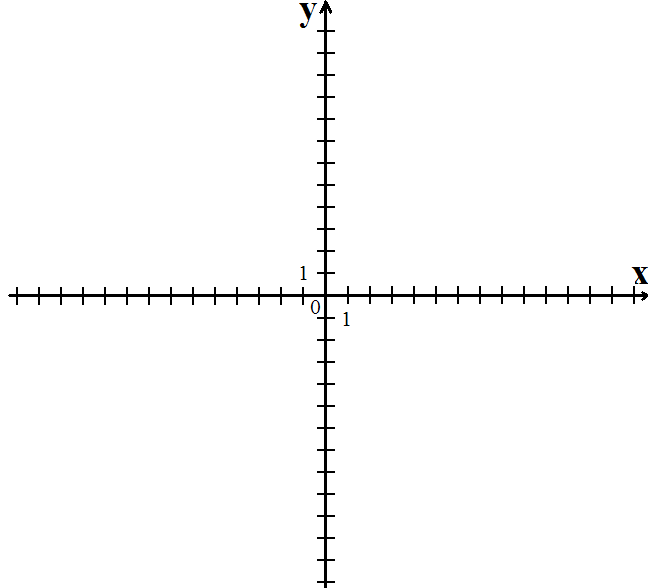
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Х | 0 | 1 |
| у | 0 |  |

у=2х - графиком является прямая,

у=(х+1)2 – графиком является парабола, вершина A(-1;0)

В (0;1)

С (1;4)



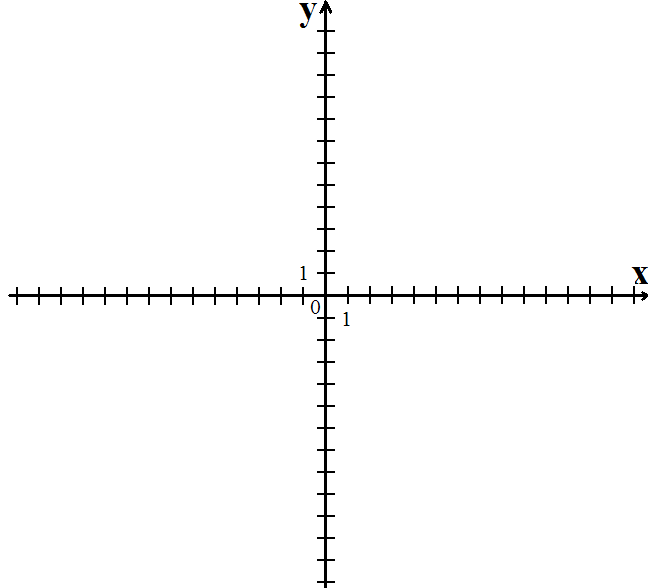
Чтобы найти множество точек решения системы, надо найти пересечение решений неравенства у-2х>0 и у≤(х+1)2.

Выясним знаки выражения : у-2х и х2+2х+1-у

(-1;2) 2-2∙(-1)=4 4>0

(-1;2) (-1)2+2∙(-1)+1-2=-2, -2<0

II. Найдём решение системы неравенств:



Пересечений нет, поэтому система решений не имеет, то есть решением системы неравенств с двумя переменными является решение рисунка сверху.

б) Перейдём к новым неравенствам:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

№10. Решить систему неравенств графическим способом.

Решение:

Рассмотрим функции у=2 и у = \_\_\_\_\_\_. Построим их графики.

у=2- прямая, параллельная оси \_\_\_\_\_\_\_.

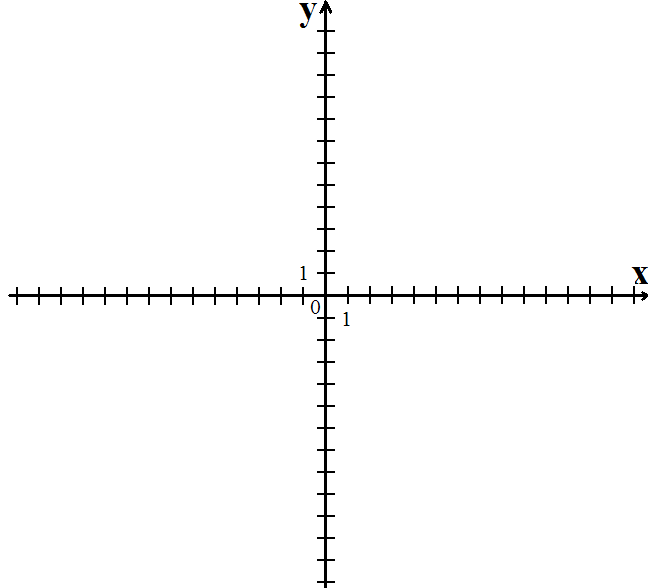
у=-х2+6х-4- парабола, ветви направлены \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_. А(3; )-вершина параболы

В(1;\_\_\_), С(\_\_;\_\_)

Для определения знаков выражений у-2 и у+х2-6х+4. Поставим значения координат точки (3;2):

3-2=1 1>0, нужная часть плоскости- верхняя

2+9-18+4=-3 -3<0, нужная часть плоскости внутренняя область параболы.



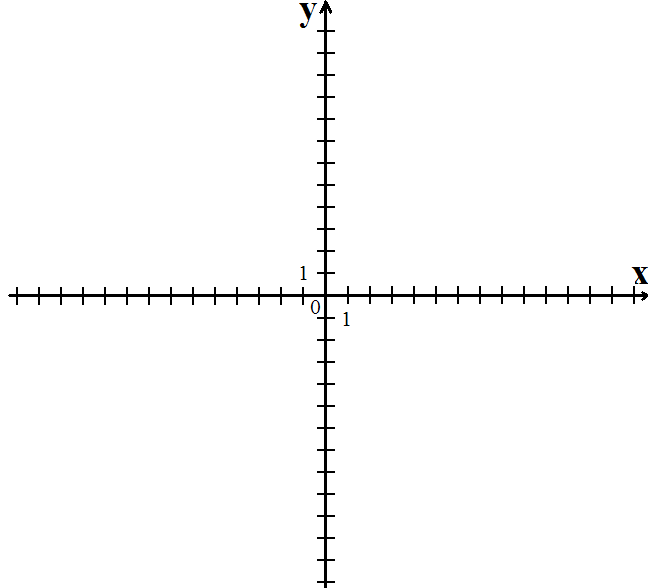
№11.\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Решение: Рассмотрим графики функций:

у, у = \_\_\_\_\_\_, х = \_\_\_\_.

Построим \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | 1 | 2 | 4 | -1 | -2 | -4 |
| у |  |  |  |  |  |  |



Выясним знаки неравенств \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.